

塔式起重機在高樓層施工之穩定性研究

The Stability of Tower Cranes Working on High Floors

黎文龍* 黃繼民

台北科技大學 機電整合研究所

*E-mail: wlli@ntut.edu.tw

摘要

本研究主要探討塔式起重機的吊臂在不同操作仰角，配合上不同的吊重所產生的動態特性。研究過程中，先將塔式起重機系統模型化成一離散系統，以 Lagrange 方程式推導出離散系統的運動方程式，再以 MATLAB_SIMULINK 模擬系統的動態響應。模擬結果顯示，當吊掛物重與吊臂質量比 M 為定值時，吊臂的自然頻率，將隨著吊臂夾角 α 之增加而有往低頻偏移的現象。相反地，當吊臂夾角 α 為定值時，吊臂的自然頻率亦會隨著 M 值的增加而有往低頻偏移的現象。一般地震的震動頻率大都是 20Hz 以下的低頻震動，當系統的自然頻率往低頻移動時，便增加了系統自然頻率與地震震動頻率重合之風險性。此外，當吊臂有角速度 $\dot{\alpha}$ 時，吊臂自然頻率並不會隨著角速度 $\dot{\alpha}$ 增加而有所改變，但是其振幅卻有增大的趨勢。實驗驗證方面，以一可以調整角度之懸臂樑、單擺系統模擬塔式起重機系統，實驗結果顯示吊臂的自然頻率會隨著吊臂夾角 α 之增加、質量比 M 加大而有往低頻偏移的趨勢。

關鍵詞：塔式起重機、自然頻率、Lagrange、動態模擬。

1. 前言

塔式起重機在鋼骨大樓林立的今日是不可或缺的大型建築機具，其噸數、載重量都相當大，若本身造成破壞或是吊物掉落，所導致的傷害將是不可預期的嚴重。例如 2002 年三月三十一日下午二時二十五分，花蓮秀林東方發生規模 6.8 級強震。當時台北最大震度為 5 級，造成正在施工中的台北國際金融中心樓頂兩部塔式起重機崩落，造成 5 名工人死亡、19 人輕重傷，此外，樓層的部分結構也為掉落的塔吊所破壞。因此勞委會已將塔式起重機定義為重大危險機具。人們關切事情的程度，往往和傷亡及財物損害成正比，經歷 331 地震等教訓後，許多相關研究已紛紛出爐。

中華民國結構工程學會會刊『結構工程』第 67 期便是 2002 年花蓮秀林外海 331 地震專刊，其中有多篇論文與塔式起重機的耐震問題有關。此外，在國外針對塔式起重機的理論研究中，R.M.Ghigliazza、P.Holmes 將塔式起重機系統模型化，推導出系統的運動方程式，藉由不同的操作參數探討起重機掛吊貨物的運動特性[1]，然而此研究的系統構件皆假設為剛體，在描述一個起重機系統的運動過程中仍有不足之處。我國塔式起重機設計規範有內政部於民國 73 年發布的『固定式起重機安全檢查構造標準』，以及中國國家標準

『CNS 6426 B1216 起重機鋼結構部分之計算標準』，其中地震力之計算以自重之 20% 為水平設計地震力，且不必考慮吊物的重量[2]。然而塔式起重機架設在高樓上，其底部的輸入振動有顯著的放大作用，而且如果塔式起重機與主結構體產生共振，將使塔式起重機的受力複雜化，決非簡單的 0.2W 設計地震力就能保證其耐震安全性。此外，目前文獻中大都只針對塔式起重機本身塔柱結構做研究，對於吊臂的操作參數以及吊掛物之重量甚少著墨，本研究將針對塔式起重機之吊臂特性做一完整描述，並考量其運作時所呈現不同的仰角，配合上吊掛物重之改變所造成之動態特性。

現今高樓的建築大都以鋼骨為基本架構，在架設過程中須藉由塔式起重機將鋼樑搬運至頂樓施工處，由於塔式起重機不是建築物結構的一部份，其作用時間也僅出現在施工時，所以建築物本身的耐震設計往往不考慮塔式起重機這項因素，使得施工期間成為了危險的空窗期。因此，塔式起重機本身必須有一套獨立的耐震規範，才可在各種不同場合仍能安全地運作。

2. 系統模型化

本研究主要討論塔式起重機之吊臂與吊掛物之動態特性，遂將塔式起重機系統離散化處理，參考圖 1 及圖 2。於圖 2 中， l 為吊臂長度， α 為吊臂與 Z 軸之夾角， y 為輸入振源訊號位移量， q 為吊臂末端之彈性位移， m_1 、 m_2 為吊臂之集中質量， R 為吊索長度， φ 為吊掛物與 Z 軸之夾角， m_3 為吊掛物之質量。這些物理量在起重機系統中， α 、 R 、 m_3 、 y 為我們可以去改變控制的參數， l 、 m_1 、 m_2 為起重機本身結構設計尺寸，固定無法變動，而 q 與 φ 則是本研究所討論的兩個動態參數。又本研究過程中，先將吊掛物 m_3 限制於 Y-Z 平面上，以簡化系統之運動方程式，方程式之推導簡述如下：



圖 1 塔式起重機示意圖

2.1 定義系統座標

首先定義系統的自由度，此系統有兩個自由度，其廣義座標分別為 q, \dot{q} 以 O 點為座標原點，則 m_1, m_2, m_3 的位置向量分別為：

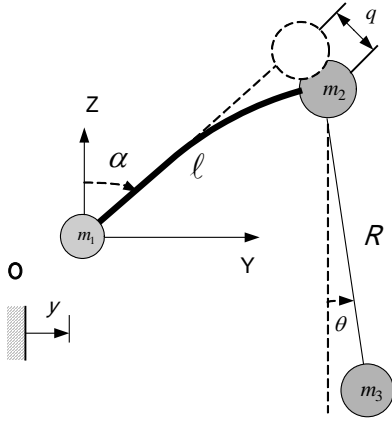


圖 2 塔式起重機離散系統示意圖

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= y\mathbf{i} & (1) \\ \mathbf{r}_2 &= (y + \ell \sin \alpha + q \cos \alpha)\mathbf{j} + (\ell \cos \alpha - q \sin \alpha)\mathbf{k} & (2) \\ \mathbf{r}_3 &= (y + \ell \sin \alpha + q \cos \alpha + R \sin \theta)\mathbf{j} \\ &+ (\ell \cos \alpha - q \sin \alpha - R \cos \theta)\mathbf{k} & (3) \end{aligned}$$

2.2 動能函數與位能函數

m_1, m_2, m_3 各自有其動能函數，由(1)至(3)式，系統的總動能函數可表示成：

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m_2 [(-\dot{q} \sin \alpha - q \dot{\alpha} \cos \alpha \\ &- \ell \dot{\alpha} \sin \alpha)^2 + (\dot{q} \cos \alpha + \dot{y} + \ell \dot{\alpha} \cos \alpha \\ &- q \dot{\alpha} \sin \alpha)^2] + \frac{1}{2} m_3 [(\dot{q} \cos \alpha + \dot{y} \\ &- q \dot{\alpha} \sin \alpha + \ell \dot{\alpha} \cos \alpha + R \dot{\theta} \cos \theta)^2 \\ &+ (-\dot{q} \sin \alpha - q \dot{\alpha} \cos \alpha - \ell \dot{\alpha} \sin \alpha \\ &+ R \dot{\theta} \sin \theta)^2] \end{aligned} \quad (4)$$

另一方面，系統的總位能函數為：

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} k_q q^2 + m_2 g (\ell \cos \alpha - q \sin \alpha) \\ &+ m_3 g (\ell \cos \alpha - q \sin \alpha - R \cos \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 k_q 為吊臂在 q 方向之彈性係數。

2.3 Lagrange 方程式

由(4)及(5)式，本系統的 Lagrangian 可表示成：

$$L = T - V \quad (6)$$

考慮一個具有 n 個自由度的系統，其廣義座標定義為 g_i ，若其不受阻尼力作用時，則 Lagrange 方程式之通式可表示成：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{g}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial g_i} = Q \quad (7)$$

利用數學計算軟體 Mathematica 4.3 將 L 代入(7)式中運算處理，可得本系統兩條運動方程式：

$$\begin{aligned} (m_2 + m_3) \ddot{q} + R m_3 \cos(\alpha + \theta) \ddot{\theta} + (m_2 + m_3) \cos \alpha \ddot{y} \\ - R m_3 \sin(\alpha + \theta) \dot{\theta}^2 - (m_2 + m_3) g \sin \alpha + k_q q \\ + q(m_2 + m_3) \dot{\alpha}^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} R \ddot{\theta} + \cos(\alpha + \theta) \ddot{q} + \cos \theta \ddot{y} + g \sin \theta - 2 \sin(\alpha + \theta) \dot{q} \dot{\alpha} \\ - \cos(\alpha + \theta) q \dot{\alpha}^2 - \ell \sin(\alpha + \theta) \dot{\alpha}^2 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

3. 動態模擬

配合電腦軟體的不斷被開發、改進，已經有許多適用於做動態模擬的電腦套件，常見的如 ADAMS、DADS、Working Model 等，本研究以模擬方塊圖的方式，採用 MATLAB 之 SIMULINK 來當作模擬工具。

本系統的運動方程式為一聯立常微分方程式，要了解系統的動態響應必須先求此聯立微分方程式的解。本研究採用的 SIMULINK，透過模擬方塊圖的方式，將微分方程透過兩次積分求解。

將系統的運動方程式(8)、(9)式改寫成

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \frac{1}{(m_2 + m_3)} [-R m_3 \cos(\alpha + \theta) \ddot{\theta} - (m_2 + m_3) \cos \alpha \ddot{y} \\ &+ R m_3 \sin(\alpha + \theta) \dot{\theta}^2 + (m_2 + m_3) g \sin \alpha - k_q q \\ &+ q(m_2 + m_3) \dot{\alpha}^2] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \frac{1}{R} [-\cos(\alpha + \theta) \ddot{q} - \cos \theta \ddot{y} - g \sin \theta \\ &+ 2 \sin(\alpha + \theta) \dot{q} \dot{\alpha} + \cos(\alpha + \theta) q \dot{\alpha}^2 \\ &+ \ell \sin(\alpha + \theta) \dot{\alpha}^2] \end{aligned} \quad (11)$$

令無單位係數 $M = \frac{m_3}{m_2}$ ，則(10)式可改寫成

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \frac{-M}{M+1} R \cos(\alpha + \theta) \ddot{\theta} - \cos \alpha \ddot{y} + g \sin \alpha \\ &+ \frac{M}{M+1} R \sin(\alpha + \theta) \dot{\theta}^2 - \frac{1}{M+1} \frac{k_q}{m_2} q + q \dot{\alpha}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

將(11)、(12)式以模擬方塊圖的方式接線，運算求解。

3.1 參數設定

在模擬系統動態響應的過程中，參數設定往往左右模擬的準確性，設定一符合實際狀況的參數，模擬結果才有討論的意義，各參數值整理可參考表 1。其中 M 為 m_3 與 m_2 的質量比，為一無因次項，是本次模擬的控制變因，其值分別為 1、3、5、7、10。 α 為吊臂與鉛直線的夾角，也是本次模擬的控制變因之一，首先假設在塔式起重機操作過程中 α 角固定，其值分別為 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 。此外也可假設操作過程中有一角速度 $\dot{\alpha}$ 。 \ddot{y} 為振動源的加速度量值，以 331 地震為例，當時的地震加速度約為 1 m/sec^2 ，頻率為 5Hz，本模擬以此值當作模擬的輸入。 R 為吊索長度，以本研究所製作實驗模型的吊索長度 0.44 m 作為設定值。 m_2 為吊臂之集中質量，本研究實驗設備之吊臂總質量約為 1.1638 kg，經過集中質量計算之後， m_2 值約可表示成 0.388 kg。 k_q 為吊臂在 q 方向之彈性係數，根據文獻[3]之研究可以推算其值約為 16246 N/m。

表 1 動態各模擬參數設定

M	$a, \dot{\alpha}$	\ddot{y}	R	g	m_2	kq
變數	變數	1 (m/sec ²)	0.44 (m)	9.81 (m/sec ²)	0.388 (kg)	16246 (N/m)

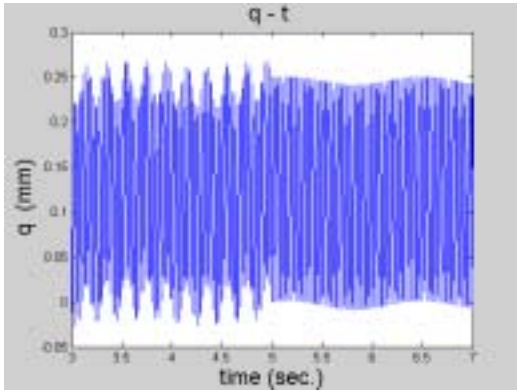


圖 3 $M=1$ 、 $a=15^\circ$ 時 q 之時域圖

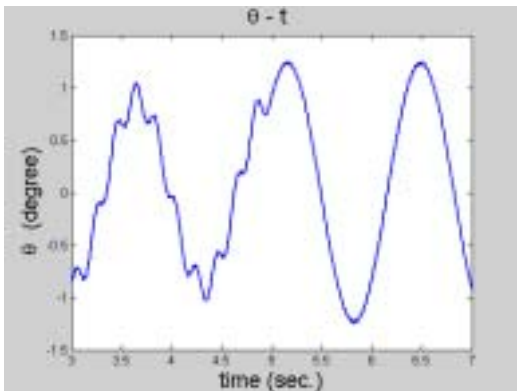


圖 4 $M=1$ 、 $a=15^\circ$ 時 q 之時域圖

3.2 模擬結果：Case1：吊臂為靜止

首先假設塔式起重機系統為靜態，也就是說操作時吊臂不隨時間轉動， a 為一固定角度，(11)及(12)式之運動方程式中的 $\dot{\alpha}$ 項次將會消失。在這此狀況下，本研究將觀察不同 M 值搭配上不同 a 值的狀況下，系統的特性將會有什麼改變。

系統模擬時間長度設定為 15 秒， \ddot{y} 輸入時間為前 5 秒，以 $M=1$ 、 $a=15^\circ$ 為例， q 的時域圖分別如圖 3、4 所示。圖 3 顯示的是模擬時間 3 秒到 7 秒之間 q 方向的時域圖，在 5 秒以前受到 \ddot{y} 的作用，除了本身的震動頻率外，還可以看出有一 5Hz 的基頻，過了 5 秒以後亦有一頻率約 0.8Hz 的基頻，此應為 q 方向擺動的頻率所造成。對照圖 4 也可清楚看出，在 5 秒前亦有兩個較明顯的頻率，過了 5 秒後只有一個頻率較為明顯，另外一個頻率不易看出。

因此，光從時域圖來觀察並不易完全看出系統的特性，遂將模擬的時域數據以快速傅立葉轉換(FFT)轉成頻譜訊號，同樣以 $M=1$ 、 $a=15^\circ$ 為例，取樣頻率設定為 1000Hz， q 的頻域圖分別如圖 5(a)、圖 5(b)所示。

由圖 5(a)中可以明顯看出 q 的頻域圖中有三個較高頻的自然頻率，而在低頻部分有兩個分別約為 0.8Hz、5Hz 的頻率，對照圖 5(b)可發現此兩個低頻跟 q 的擺動頻率及 \ddot{y} 的震動頻率吻合，此外在圖 5(b)中約 31Hz 處亦有一不明顯的峰值，其值跟 q 的自然頻率相同，由此可知系統能量在 q 與 θ 之間能量有互相轉換的現象。

為了更了解不同 a 角對系統所造成的效應，將各個 a 之自然頻率值以圖形表示，更能清楚地看出其關係。參考圖 8，以 $M=1$ 時為例， a 角度由 15° 依次往上遞增 15° 到 90° ，由圖可看出，隨著 a 角度的增加，吊臂 q 方向的自然頻率將向下偏移，而偏移的量值一開始改變甚大，過了 $a=45^\circ$ 之後改變量趨於和緩。將 a 角度與 q 之

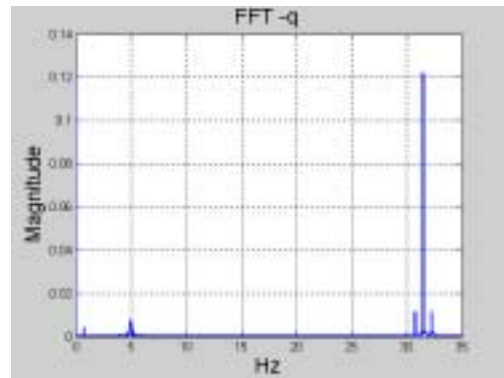


圖 5(a) $M=1$ 、 $a=15^\circ$ 時 q 之頻域圖

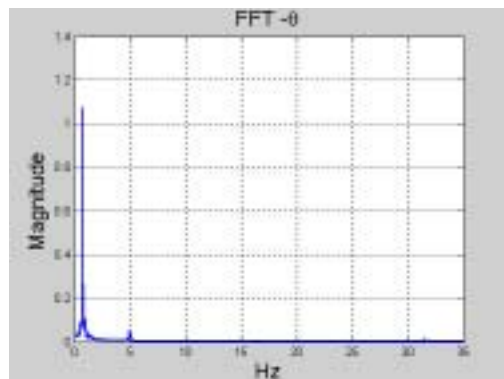


圖 5(b) $M=1$ 、 $a=15^\circ$ 時 q 之頻域圖

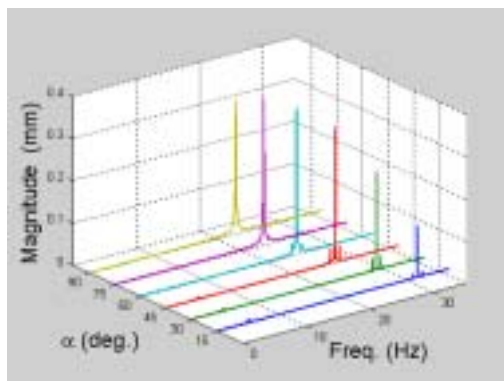


圖 6 $M=1$ 時， q 在各 a 角之自然頻率比較

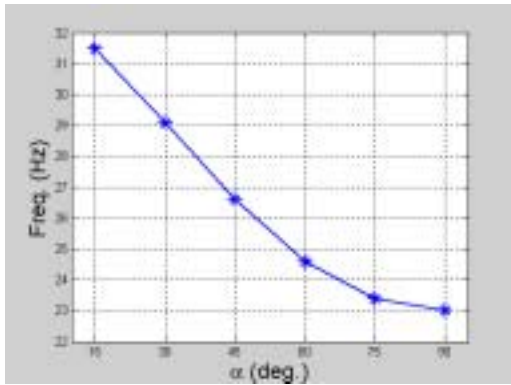


圖 7 $M=1$ 時, q 在各 α 角之自然頻率

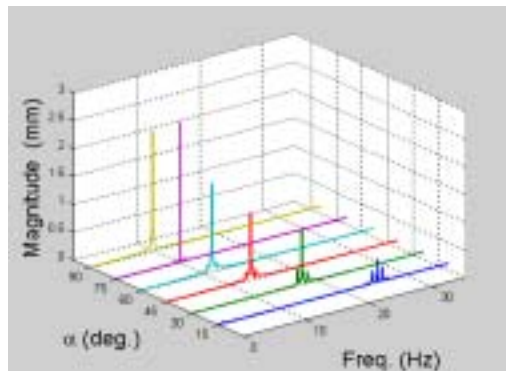


圖 8 $M=10$ 時, q 在各 α 角之自然頻率比較

自然頻率做成圖 7, 更能明顯看出 α 對 q 之自然頻率所造成的影響與趨勢。再以圖 8 與圖 6 做比較, 當 M 增大到 10 時, 其自然頻率也會隨著 α 角的增加有向下移動的趨勢, 而且改變的趨勢也比 $M=1$ 時明顯許多。為了比較不同 M 值所造成的頻譜差異性, 我們將每個 α 角的自然頻率最大值擷取出來, 做成圖 9, 圖中橫軸為 α 角, 縱軸為每個每個狀態下 q 之自然頻率的值, 從圖中我們可以看出不管 M 值為何, 其自然頻率的值都將隨著 α 角的增加而減少, 其減少的幅度也隨著 α 角的增加而益趨和緩。

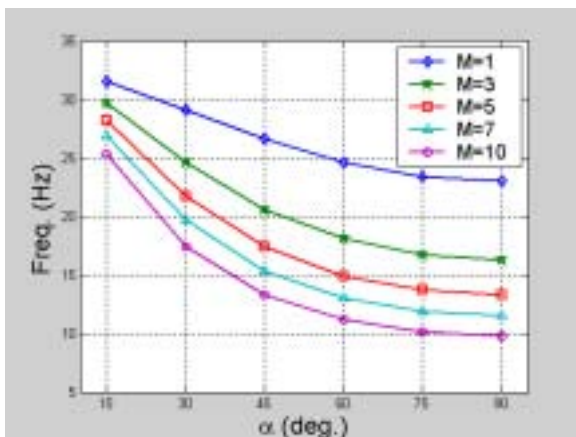


圖 9 不同 M 值下, q 之自然頻率

在不同 M 值的差異上來看, 當 M 越大時, 其各種 α 狀態的自然頻率值將變小。此外, 在 $\alpha = 60^\circ$ 之前, 各線段的斜率有明顯的差異, M 越大, 其斜率越大, 也就是

說, 其自然頻率的改變量將隨著 M 的增加而增加。由以上兩種方式的比較可得知, q 的自然頻率將隨著 α 與 M 的增加而減少, 這將面臨到一個問題, 一般地震都是屬於低頻的震動, 結構自然頻率往下偏移的結果, 將導致其越接近地震的震動頻率, 對結構所造成的風險也將越大。

3.2 模擬結果：Case2：吊臂以等角速度運動

實際的塔式起重機操作時, 其吊臂常常有上下轉動之動作, 本節所要模擬討論的, 便是當吊臂有一角速度 $\dot{\alpha}$ 時, 吊臂的特性將會造成什麼改變。

模擬時的質量比 M 固定設為 5, 角速度 $\dot{\alpha}$ 分別為 0.01、0.02、0.03、0.04、0.05, 單位為 rad/sec., 模擬時經歷的 α 角設定從 90° 到 15° , 模擬時間長度因角速度差異而有所不同, 其餘參數設定皆與 case1 相同。

模擬結果發現, 在不同的角速度 $\dot{\alpha}$ 下, q 方向的自然頻率及 q 方向的擺動頻率不會有偏移的現象, 但是其振幅將會隨著角速度的增加而增大, 參考圖 10。

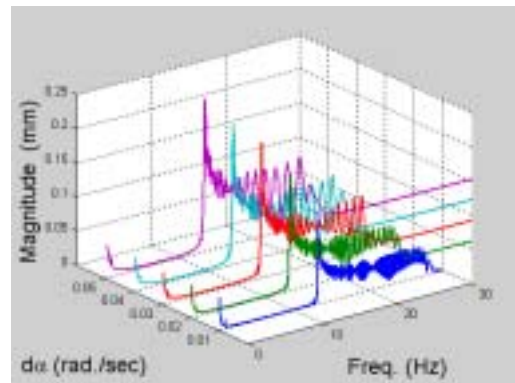


圖 10 不同角速度 $\dot{\alpha}$ 下, q 之自然頻率

4. 實驗研究

塔式起重機系統十分龐大, 在實驗上不太容易從真實的塔式起重機上著手, 因此, 製作一個有著類似結構特性的模型是一般最常用的方法。製作模型之前, 須先粹取塔式起重機系統的幾個重要特徵, 例如 kq 之值等。實驗設備之製作與架設詳細說明如下。

4.1 實驗設備及配置

參考圖 11 實驗流程, 輸入端透過金頓科技製造的訊號產生器產生之激振訊號, 經由放大器後傳遞至激振器, 由激振器(Exciter)產生激振外力, 模擬水平振動推動本研究自製之水平台車, 輸出方面經由加速規將量測得之加速度訊號傳遞至電腦端, 予以記錄。

4.2 實驗模型

參考圖 1, 一般塔式起重機系統主要結構包含了幾個重要部分, 塔柱、吊臂、吊索, 再加上吊掛之物。在模型製作過程中, 須將這幾個部分的特徵粹取出來。模型參考圖 12。將其固定在水平振動台車上以接收振動訊號, 所有的材料皆為鐵。塔柱部分, 由於塔柱特性在各種文獻中多有討論, 故本研究將不討論塔柱所造成的效應, 因此在模型的製作上便將其剛性加強, 使其自然頻

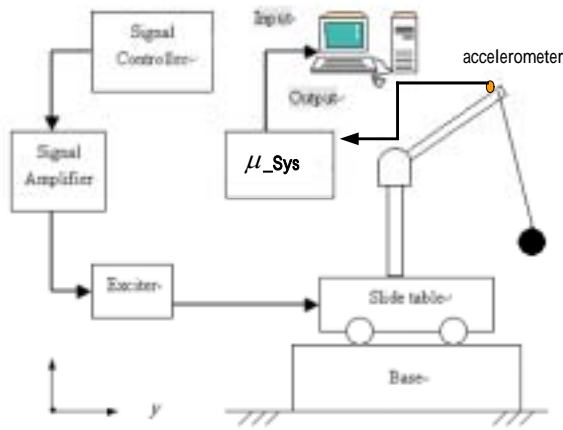


圖 11 實驗設備架構系統流程圖



圖 12 塔式起重機實驗模型

率不至於影響到我們所想觀察的結果。

主要影響我們模擬時主要觀察的參數 q 的，便是吊臂的性質。前面有提到 q 方向的彈性係數 kq 值的大小便是由吊臂的截面性質所決定，將我們所推算的 16246 N/m 以 COSMOS/DesignSTAR 做模擬，如圖 13。結果

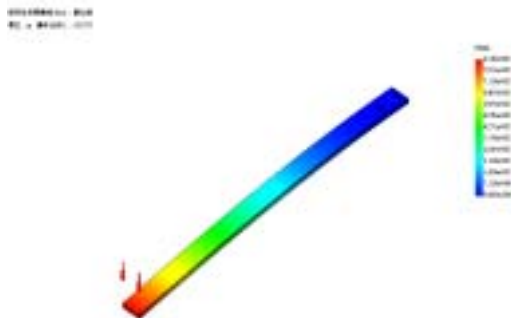


圖 13 CAE 模擬模型吊臂位移 q

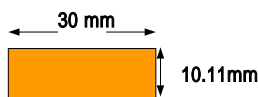


圖 14 吊臂截面性質

顯示，當吊臂長度為 0.5 公尺、截面長為 3 公分時，其截面厚度須為 10.11mm，在加工的精度上可以達到此要求，如圖 14。

4.3 實驗過程與結果

本實驗因為受制於實驗模型僅能作靜態裝置之故，僅針對 Case1 做驗證。在 α 角的設定上與模擬相同取 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ ，質量比 M 則取 1、3、5、7、10。吊臂經離散運算後集中質量 m_2 約為 0.388 公斤，因此搭配各種 M 值的情況下， m_3 吊掛物重分別為 0.388 公斤、1.164 公斤、1.94 公斤、2.716 公斤、3.88 公斤。輸入振動源則以正弦波掃頻訊號為主，配合上述變因，擷取黏貼於吊臂末端之加速規沿著 q 方向之加速度訊號，再將加速度訊號做處理以觀察吊臂結構特性。基於模擬時所得知的結果與地震皆屬於相當低頻之現象，因此本研究之外力激振信號源以正弦掃描(Chirp sine) 訊號，掃描頻率的範圍為 0 ~ 100 Hz，而整體取樣頻率為 200 Hz，實驗取得之訊號蒐集後，加以儲存以作為分析之用。

實驗結果以 $M = 10$ 為例，如圖 15 顯示，吊臂有兩個較明顯之自然頻率，由於實驗設備屬真實連續系統，經組合之後會呈現一個以上的自然頻率，此為模擬時的離散系統有所出入之處，但我們觀察重點將擺在第一個模態時的自然頻率變化。在 $\alpha = 15^\circ$ 時，其第一個自然頻率約為 11.7Hz，到了 $\alpha = 30^\circ$ 時，自然頻率降到了約 9.7Hz，當 $\alpha = 45^\circ$ 時，頻率約為 8.78Hz，觀察後發現有隨著角度增加而變小的趨勢。實驗結果與模擬結果數值因實驗誤差雖然有些差異，但是吊臂的自然頻率，隨著吊臂夾角 α 之增加而有往低頻偏移的現象卻是相同的。此外我們亦可觀察模擬時無法看見的第 2 個模態的自然頻率，卻隨著 α 角度的增加跟著增加。

為了比較不同 M 值所造成的頻譜差異性，我們將每個 α 角的第 1 及第 2 個自然頻率最大值擷取出來，做成圖 16 與圖 17，圖中橫軸為 α 角，縱軸為每個每個狀態下模型系統之自然頻率的值，從圖中我們可以看出不管 M 值為何，其第 1 個自然頻率的值都將隨著 α 角的增加而減少， M 值越大，其自然頻率的整體平均值將越小，此現象可與模擬之結果相互驗證比較。相反的，其第 2 個自然頻率的值都將隨著 α 角的增加而增大， M 值越大，其自然頻率的整體平均值將越大。

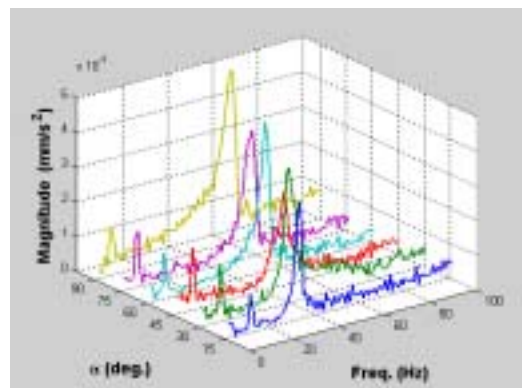


圖 15 $M=10$ 時，系統模型在各 α 角之自然頻率比較

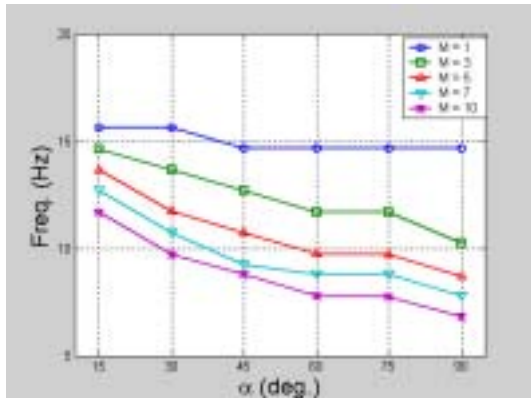


圖 16 不同 M 值下，系統模型之第 1 個自然頻率

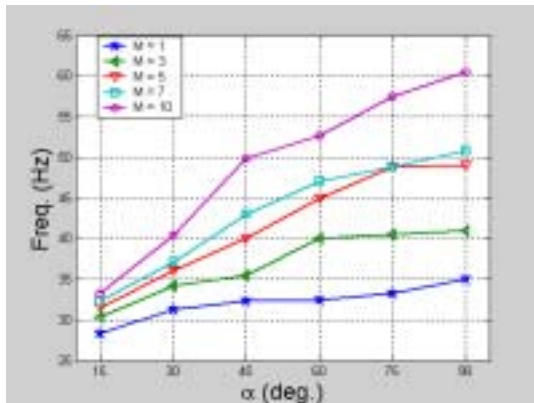


圖 17 不同 M 值下，系統模型之第 2 個自然頻率

5. 結論

本研究分成模擬及實驗兩部分。在模擬方面，以推導的塔式起重機系統運動方程式作為理論基礎，模擬結果發現，將起重機系統載重與吊臂質量比 M 固定，藉由改變 α 角度，吊臂的自然頻率將隨著 α 角的增加而向下偏移。而相對地，在同一個 α 角的情況下改變 M 值，吊臂的自然頻率亦會隨著 M 值增加而向下偏移。一般地震頻率多為 20Hz 以下的低頻振動，當系統的自然頻率向下偏移時，更增加了其與地震震動頻率重合之風險性。此外，在給予吊臂有一 $\dot{\alpha}$ 的角速度作用下，吊臂的自然頻率並不會有明顯變動，但是振幅卻隨著角速度 $\dot{\alpha}$ 增加而變大，所以 $\dot{\alpha}$ 越大容易使系統振動幅度越明顯，對系統的穩定性越有所危害。

實驗部分，以自行製作的塔式起重機模型最為驗證，結果雖然與模擬數值有些出入，但是改變的趨勢大致吻合，可供模擬結果相互驗證。

6. 參考文獻

- [1] R.M.Ghigliazza、P.Holmes, "On the dynamics of cranes or spherical pendular with moving supports" *Non-Linear Mechanics*, vol. 37, pp1211-1221, 2002.
- [2] B.Jerman、P.Podrzaj、J.Cramar, "An investigation of slewing-crane dynamics during slewing motion—development and verification of a mathematical model" *International Journal of Mechanical Sciences*, 46, pp729 – 750,2004.

- [3] C.L.TEO、C.J.ONG、M.XU, "Pulse input Sequences for residual vibration reduction" *Journal of Sound and Vibration*, 211(2), pp155-177, 1998.
- [4] 楊榮異、王森源, 台北國際金融中心新建工程 331 地震塔吊掉落事故原因鑑定結果, *結構工程季刊*, 第十七卷, 第三期, p72~77, 2002.
- [5] 蔡克銓、翁元滔、謝紹松, 331 地震中台北國際金融中心大樓塔式吊車震害調查及分析研究, *結構工程季刊*, 第十七卷, 第三期, p88, 2002.
- [6] 黃繼民, 塔式起重機在高樓層施工之穩定性研究, 國立台北科技大學自動化所碩士論文。
- [7] 蔡弦峰, 圓柱形儲槽之截面非真圓公差對激盪波動模態之影響研究, 國立台北科技大學製科所碩士論文。
- [8] 黎文龍, 工程設計與分析：創思設計分析與模擬, 東華書局, 民國 89 年
- [9] 王柏村, 振動學, 全華科技圖書股份有限公司, 2002.
- [10] 金頓科技, 振動複頻訊號產生器操作手冊, 台北, 金頓科技公司, 2004.