

圓柱形儲槽之截面非真圓公差對激盪波動模態之影響研究：波高量測

The Effect of Elliptic Tolerances to the Liquid Sloshing in Cylindrical Tanks through the Wave Amplitudes

黎文龍* 蔡弦峰 劉建緯
台北科技大學 製造科技研究所
*E-mail: wlli@ntut.edu.tw

摘要

本研究主要探討圓柱形儲槽製作時，其截面真圓度對內部流體動態特性之影響，特別著重於槽內流體波動之自然頻率變化。研究過程中，先以真圓截面適用之速度勢函數理論，推導出理論之波動自然頻率等，同時以一擬真圓之實驗模型，加以實驗佐証，結果發現速度勢函數理論可以相當正確地預測真圓截面儲槽內之流體特性，而且也進一步證明了第一個模態對整體水波動態特性，具有決定性之影響，因而一般取該模態來分析，正確性是不容懷疑的。然而，另一方面，當考慮 $\pm 2.5\%$ 之製作真圓度公差後，波動之第一個自然頻率，雖仍然具有最重要之影響，但是，明顯的第二、第三個自然頻率之影響，顯然增加，因此，若圓柱形儲存槽具有真圓度公差之狀況下，傳統之速度勢波動理論，似應加以修正。

關鍵詞：自然頻率、圓柱形儲槽、液面晃動。

Abstract

The main purpose of the present study is to delve into effect that caused by the non-circular tolerance of cylindrical tanks, which are used for liquid storage in the modern industries. The tolerance mainly stems from the manufacturing in which the large tanks are all built in the field and the true circular dimensions are difficult to fulfill. The present study focuses on the sloshing characteristics of the content liquid due to this elliptic cross section of the tank by measuring the wave amplitudes. The tank without tolerance is first investigated by using both velocity potential function and experiments. The present study verifies the theoretical analysis based on the velocity potential function can accurately predict the sloshing phenomena if the tolerance does not exist. However, in case it does exist, the study found that the second and third natural frequencies are amplified by the elliptic tolerance. This conclusion is made based on the model tank where $\pm 2.5\%$ has been purposely built in. As the consequence, the traditional theory based on the velocity potential function has to be modified in order to cope with the tolerance.

Keywords: Natural frequencies, Cylindrical tanks, liquid sloshing.

1.前言

大型的液體儲存槽，特別是圓柱形者，可以說是一般工業或石化工業中不可缺的設備之一，不過，自然界的天然災害—地震，對它所造成的損壞，乃至於危害到人類的災害威脅與損失，也從來沒有因科技的進步而減少過。從多次國際的大地震中顯示，地震對該儲存槽造成的破壞，遠的不說，近的例如 1964 年日本新潟(Niigata)地震、美國 Alaska 地震、及 1978 年仙苔(Sendai)地震等，都有儲油槽受到嚴重損壞，並造成火災與環境污染等二度傷害的報導[1]。此外，1971 年加州大地震亦造成許多儲水槽的破壞，在在都顯示了地震來時，液體儲槽結構安全性的重要性。

目前在設計儲槽承受地震力之結構安全，無論是動液壓力或是槽體的慣性力，都是假設儲存槽固定於基礎上，以一端固定的懸臂模型來考慮，例如，[2]將槽體假設成圓柱形殼體，而在[3]的研究中，則將它簡化成圓截面的空心樑；至於在研究方法方面，採用全有限元素法者，或將槽殼與液體都以有限元素來處理[4]，或一部份利用有限元素(通常是殼體)、另一部份半解析半數值法(通常是液體，採速度勢的解析法)[5]，來分析壁體與液體間在地震時的相互作用行為。

當儲存槽承受地震力而產生側向位移時，儲槽內液體之上半部份因液面晃動(sloshing)之故，液體傾向不和儲槽產生一致性之位移，而此種情形導致上部之液體產生垂直方向之位移，故稱液體在此時產生所謂的對流壓力[6]，同時也稱這種的現象稱為激盪振態(sloshing mode)，或又稱為對流振態(convective mode)；另一方面，儲槽下半部的液體，由於左右方向受到儲槽殼體的約束，而上下方向又有液體彼此牽制，所以此部份液體行為模式，可假設成固接於儲槽壁體上，故其運動與槽體同步，產生出類似等效質量運動的衝擊壓，而此種反應稱作衝擊振態(impulsive mode)。

另外，研究儲存槽體依其力學特性不同，可分為剛性與柔性兩種結構。一般而言，高壓儲存槽構造比較堅實，屬剛性結構；常壓儲存槽較為柔軟，屬柔性結構。柔性儲存槽由於槽徑與厚度之比較大，故其槽殼變形與流體之互制作用，因此，其動力特性與剛性儲存槽有很大的差異，破壞模式或槽殼上之壓力分佈情形也不同。

在有關儲存槽內部液體與結構等關係研究方面，如探討圓柱形儲存槽在地震力作用下的動力反應，瞭解圓柱形儲存槽受震時的各種現象。諸如：液面的晃動高度、

壁體的受力反應、試驗資料的處理與分析[7]等，並提出理論方式來作說明。[8]採用摩擦單擺隔震支承(FPS)於儲存槽防震應用之可行性，由拉普拉斯方程式推導出剛性儲存槽之流體動力狀態，同時考慮液面激盪反應與動力水壓，亦建立出等效質量彈簧系統，最後與 FPS 隔震元素結合，建立隔震儲存槽之結構流體動力方程式，可求得隔震剛性圓柱型儲存槽的動力反應。

目前有關儲槽類液體晃動之研究，將影響之壓力歸納成幾個部份[9]，包括(1)衝擊壓：地震引起之液體對槽體之衝擊壓(impulsive pressure)、(2)液體之表面波之晃動或對流壓(convective pressure)、(3)液體由於槽體截面相對於基座圓之變形而產生之壓力[10]、及(4)液體由於儲槽垂直上下運動產生之壓力[11]等，而此研究特點在於探討圓柱形儲槽製作時，其截面真圓度對內部流體動態特性之影響，特別著重於槽內流體波動之自然頻率變化。

2. 圓柱形儲槽內之動力水壓

參考圖一之座標系統，而且假設儲槽內液體為不可壓縮(incompressible)、非旋性(irrotational)及非黏性(invscid)之勢流，則槽內液體之總速度勢(velocity potential)函數 ϕ ，由兩個部分影響所組成，其一為衝擊壓所造成，另一則為來自流體波動之對流壓者[6]，或寫成 $\phi = \phi_0 + \tilde{\phi}$ ：一為圓柱形液體底部的移動座標相對於固定座標之速度勢函數 ϕ_0 ；及另一為容器內液體波動，相對於移動座標之速度勢函數 $\tilde{\phi}$ 。分別詳述如下：

2.1 衝擊壓之液體速度勢函數 ϕ_0

參考圖一之模型圖，考慮圓柱形儲槽之幾何形狀，令移動座標 O 以圓柱座標表示，當該儲槽承受一 $X_0(t)\hat{i}$ 之位移運動時，則其圓柱形液體相對於慣性座標 O' 之速度 V_0 ，以圓柱座標表示應為

$$V_0 = \dot{X}_0 \cos \theta i_r - \dot{X}_0 \sin \theta i_\theta + \dot{Z}_0 i_z \quad (1)$$

其中， (i_r, i_θ, i_z) 為圓柱座標 O 之單位向量；考慮 Z 方向速度變化，因無此方向速度輸入則(1)式第三項可省略，由於儲槽內液體為不可壓縮、非旋性且非黏性，則速度 V_0 必然可以表示成 ϕ_0 的梯度，或

$$V_0 = \nabla \phi_0 \quad (2)$$

由流體連續方程式之微分形式，可知流體速度場 V_0 需滿足

$$\nabla \cdot (\rho V_0) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3)$$

上式中之 ρ 為槽內流體之密度。又當該流體為不可壓縮時， ρ 應為常數，故可由(2)式代入(3)式，得

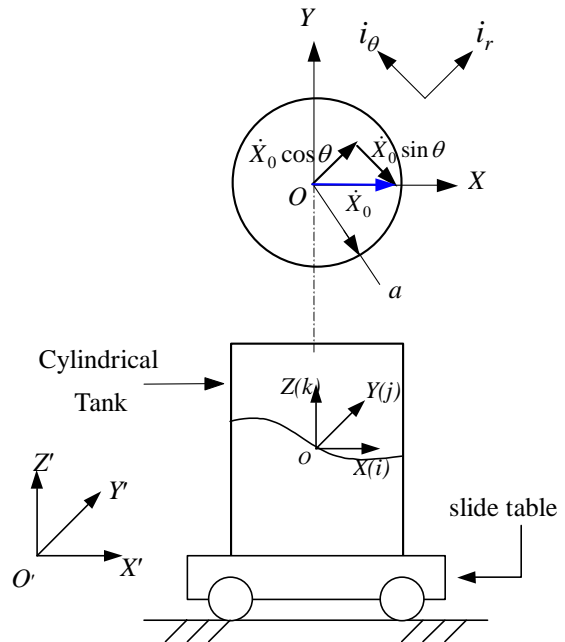
$$\nabla \cdot (\nabla \phi_0) = \nabla^2 \phi_0 = 0 \quad (4)$$

(4)式即為 Laplace 方程式。將(4)式於圓柱座標系展開，即可得到[9, 10]

$$\nabla^2 \phi_0 = \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

另一方面，考慮速度勢為由 (i_r, i_θ, i_z) 三個方向之速

度分量所組成，或



圖一 圓柱形儲槽的移動與慣性座標

$$\phi_0 = \phi_0(u', v', w', t)$$

而速度分量之定義分別為

$$u' = \frac{\partial \phi_0}{\partial r}; \quad v' = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta}; \quad w' = \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \quad (6)$$

因此，對一已知之速度 V_0 ，可以由解(5)式之偏微分方程式，推得容器液體相對於固定座標的速度勢函數 ϕ_0 。另外，本研究將只考慮儲槽於保持同一平面之狀態，故由(1)及(5)式可得

$$\phi_0 = -r \dot{X}_0 \cos \theta - \frac{1}{2} \int \dot{X}_0^2 dt \quad (7)$$

2.2 對流壓之液體速度勢函數 $\tilde{\phi}$

儲槽內之流體，在對流波動時，顯然也應與衝擊壓時相同，故仍應考慮為不可壓縮、非旋性之流體，而在任何波形，其對流波動的流體速度勢函數，顯然也都必須滿足(4)式之 Laplace 方程式，或

$$\nabla^2 \tilde{\phi} = 0 \quad (8)$$

除此之外，對儲槽內之波動而言，考慮圓柱形儲槽之幾何形狀及液體之流場，若令儲槽半徑為 a 、液體深度 h 為時，(8)式必須滿足下列邊界條件：

1. 在儲槽底部之液體速度為零，或表示成

$$\left. \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} \right|_{z=-h} = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z}(r, \theta, -h, t) = 0 \quad (9)$$

2. 在與圓柱儲槽槽壁接觸之液體速度為零：

$$\left. \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial r} \right|_{r=a} = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial r}(a, \theta, z, t) = 0 \quad (10)$$

3. 若考慮在自由液面處流體粒子不得穿越自由液面或

產生剝離(separation)的現象，換句話說，在自由液面上之流體粒子，永遠保持在自由液面，故必須滿足[11]

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2}(r, \theta, h, t) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + g \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z}(r, \theta, h, t) = 0 \quad (11)$$

又因自由液面上的壓力與大氣壓力相同，亦即可令 $p = 0$ ，(11)式之邊界條件可簡化成

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2}(r, \theta, h, t) + g \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z}(r, \theta, h, t) = 0 \quad (12)$$

(11)或(12)式同時表現儲槽內之駐波自由液面垂直速度之一致性，在此由(8)式及(9)、(10)、(12)三個邊界條件可解出速度勢函數式，並表為[11, 9]

$$\tilde{\phi}(r, \theta, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{mn}(t) \cdot \cos(m\theta) \cdot \frac{\cosh(\lambda_{mn}(z+h))}{\cosh(h\lambda_{mn})} \cdot J_m(\lambda_{mn}r) \quad (13)$$

上式中僅考慮 θ 對稱波， α_{mn} 為速度勢函數之係數， $J_m(\cdot)$ 代表 m 階第一類 Bessel 函數之解。

2.3 總速度勢函數 ϕ

由於本實驗所研究之主題為外部固定座標下，槽內流體受外力激振所產生之激盪行為，所以總速度勢函數應為衝擊項與對流項之總和，所以綜合前述之衝擊及對流壓的兩個速度勢函數，當槽底承受一位移 $X_0(t)$ 時，圓柱形儲槽內之流體總速度勢函數，仍以圓柱體座標表示時，可表為

$$\phi = \tilde{\phi} - r\dot{X}_0 \cos\theta - \frac{1}{2} \int \dot{X}_0^2 dt \quad (14)$$

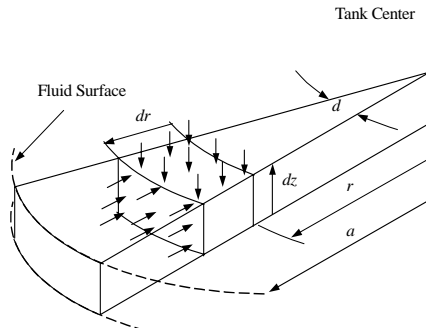
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \tilde{\phi}_t - r\ddot{X}_0 \cos\theta \quad (15)$$

對不可壓縮流體，應滿足非穩態 Bernoulli 方程式[9]，或

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \nabla \tilde{\phi} \cdot \nabla \tilde{\phi} + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} = C(t) \quad (16)$$

其中之 $C(t)$ 為一任意之 Bernoulli 常數。並由式(15)、(16)可整理得壓力方程式

$$p = -\rho \left\{ \frac{1}{2} (\tilde{\phi}_r^2 + \frac{1}{r^2} \tilde{\phi}_\theta^2 + \tilde{\phi}_z^2) + zg + r\ddot{X}_0 \cos\theta - \tilde{\phi}_t \right\} \quad (17)$$



圖二 流體元素壓力分佈

2.4 槽內流體之水平力與垂直力

儲槽內流體之垂直作用力，由圖二，可將由壓力與

垂直方向面積運算，表示成

$$-\int_0^a \int_0^{2\pi} pr \, d\theta \, dr \quad (18)$$

若單獨考慮對流體壓力的影響，則可將壓力表示為

$$\rho \left[\tilde{\phi}_r^2 - \frac{1}{2} (\tilde{\phi}_r^2 + \frac{\tilde{\phi}_\theta^2}{r^2} + \tilde{\phi}_z^2) \right] \quad (19)$$

因此(18)式可以整理成

$$-\rho \int_0^a \int_0^{2\pi} \left[\tilde{\phi}_r^2 - \frac{1}{2} (\tilde{\phi}_r^2 + \frac{\tilde{\phi}_\theta^2}{r^2} + \tilde{\phi}_z^2) \right] r \, d\theta \, dr \quad (20)$$

藉著(13)式中等效的 Bessel Function 帶入(20)式中，並考慮最重要之第一個對稱波狀態，使 $m = n = 1$ 故可得

$$\text{總流體垂直力} = \frac{0.202\pi\rho\alpha_{11}^2}{\cosh(\lambda_{11}h)} \quad (21)$$

同樣地由圖二中我們亦可得到流體水平方向的積分式

$$-\rho \int_{-h}^0 \int_0^{2\pi} \left[\tilde{\phi}_r^2 - \frac{1}{2} (\tilde{\phi}_r^2 + \frac{\tilde{\phi}_\theta^2}{r^2} + \tilde{\phi}_z^2) \right] a \cos\theta \, d\theta \, dz \quad (22)$$

考慮最重要之第一個對稱波狀態，使 $m = n = 1$ 故可得

$$\text{總流體水平力} = -\frac{\dot{\alpha}_{11} J_1(\lambda_{11}a) a \pi \rho}{\lambda_{11}} \tanh(h\lambda_{11}) \quad (23)$$

當然為得表面水波自然頻率與實驗互相比對，故考慮(13)式， λ_{mn} 則滿足

$$\frac{d}{dr} J_m(\lambda_{mn}r) \Big|_{r=a} = 0 \quad (24)$$

表第一類貝索函數之根。更進一步令[11]

$$\alpha_{mn}(t) = \Lambda_{mn} \sin(\omega_{mn}t) \quad (25)$$

其中， ω 為表面水波之自然頻率，應滿足[12]

$$\omega_{mn}^2 = g\lambda_{mn} \tanh(\lambda_{mn}h) \quad (26)$$

以往的研究中大都針對第一對稱波來加以討論[13]，但基於水波前幾自然頻率都屬低頻現象，在此則考慮 $m=1$ ， $n=1, 2, 3$ ，表示流體波動之前三自然頻率，故得到本研究所需參考之水波的頻率 ω

$$\omega_{1n}^2 = g \frac{\lambda_{1n}}{a} \tanh(\lambda_{1n} \frac{h}{a}) \quad (27)$$

其中 $\lambda_{11} = 1.842$ 、 $\lambda_{12} = 5.333$ 、及 $\lambda_{13} = 8.538$ 。而針對由波動理論所推得之基礎自然頻率、流體壓力等，在以下的內容中，將被利用來與實驗所得之第一頻率互相比對其差異性。

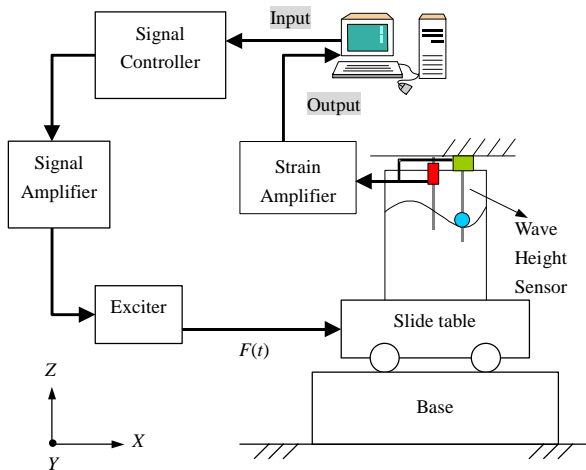
3. 實驗研究

針對流體在外力激振下所產生的液面波動，本節將透過實驗取得其動態特性與變化，其中有關本研究之實驗流程，詳細說明於圖三。

3.1 實驗設備及配置

參考圖三實驗流程，輸入端透過電腦由軟體控制訊號產生器產生之激振訊號，經由放大器後傳遞至激振器，由激振器(Exciter)產生激振外力，模擬水平振動推動本研究自製之水平台車，輸出方面則利用自製之波高感測器與波壓感測器，經由應變放大器將量測得波動訊號傳遞至電腦端，予以記錄。詳細之實驗配置等請參考

[14]，其中較主要之設備簡述如下：

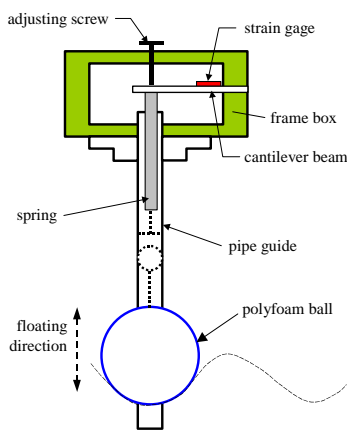


圖三 實驗設備架構系統流程圖

1. 流體波動高度感測裝置

本研究量測液體波動的感測器包括兩類：一是用以感測液體表面波的高度變化之波高計，另一則以感測液體因波動所引起的液面下壓力的變動。

一般液面高度變化之感測器有許多型式，不過，本研究使用之波高感測器，如圖三所示。本研究設計製作之波高感測裝置，主要原理是將一直徑 30 mm 之保力龍浮球挖孔，並套入一不銹鋼細導管，而浮球感測到之波動，則以細小之螺旋彈簧及塑膠中心導桿，傳遞至波高感測器上方之小懸臂樑，透過懸臂樑將受力變形，以應變規將該應變之變化特性，放大、傳達至應變放大器。



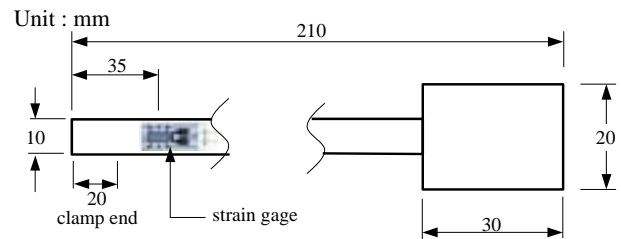
圖四 液面波高感測裝置

2. 流體動壓感測器

本研究用以感測液體因波動所引起的液壓變動之感測器如圖五所示，主要利用厚 0.8 mm 之長方形金屬薄板製成，基本上與波高感測器類似，也是利用懸臂樑當作機械放大之裝置。當液面晃動所產生之動壓，作用於感測器之固定且已知面積之 A 處，造成懸臂樑測試桿之變形，而該變形量則由已知位置之應變規所感測，故適

當校正後，可以用以量測波之動壓變化。

本動壓感測器雖然也與波高感測器一樣，垂直懸吊於跨架固定端，但與波高感測器不同地，其所感測者為波動之水平方向之動壓變化，而波高感測器主要在感測波動(駐波)垂直之位移變化。感測器之安裝方式，可參考圖三。

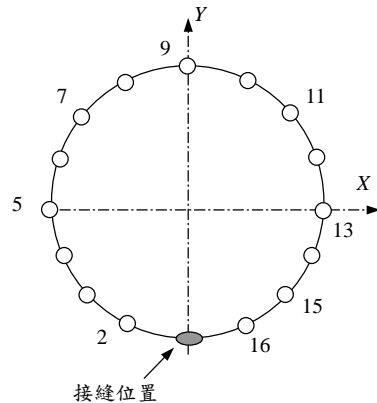


圖五 動壓感測試片

3. 圓柱形模型儲槽

由於為方便觀察非真圓與真圓槽內流體波動行為為差異之故，在本研究所使用之模型儲槽有二，其一為選擇作為對照之擬真圓之模型儲槽，以透明壓克力材質射出製成，單面加端蓋，厚 4.7 mm、高 357 mm、及直徑 205 mm，本文中將稱之「槽一」；另一則為相同材質、以厚 1 mm 壓克力，捲製成形成者，其公稱直徑 318 mm，底面加端蓋，總高度 390 mm 之非真圓模型儲槽，其截面公差(量測位置如圖六)，如表一所示，又表中之角度式以相對於接縫位置表示與圖者，本文中將稱之「槽二」。

本研究實驗時，兩模型儲槽都將固定底端置於滑動平台上，由激振器產生適當之激振力，推動平台，以觀察其內部液體波動之變化。



圖六 模型儲槽二之接縫處與公差點

表一 實驗模型儲槽二之圓截面公差

位置	1	2	3	4	5	6	7	8
	0°	22.5°	45°	67.5°	90°	112.5°	135°	157.5°
mm	312	309	310	319	326	327	320	315
± mm	-6	-9	-8	+1	+8	+9	+2	-3
公差 (%)	-1.9	-2.8	-2.5	0.3	2.5	2.8	0.6	-0.9

4. 激振器與訊號放大器

實驗過程中，利用頻寬最高之 9000 Hz 之 LDS V409 之電磁式激振器，與 B&K 生產之型號 2706 功率訊號放大器，搭配訊號產生器控制模組，由訊號產生器與功率訊號放大器連接後透過激振器來產生對滑動平台之水平外力激振。

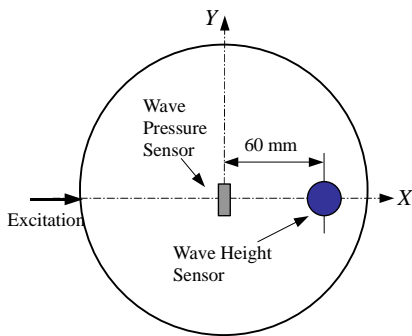
5. 訊號產生器控制模組

模擬出振動外力的主要控制元，是由實驗中 Dactron 生產之 Laser 型振動機控制器，包含著 PCI 介面之 DSP 卡與另一控制前端，透過控制軟體，產生實驗所需之振動範圍，其中可輸入及輸出的動態範圍為 110 dB。

至於其他之實驗設備，請參考[14]或本實驗室之網站：<http://140.124.31.23:123>。

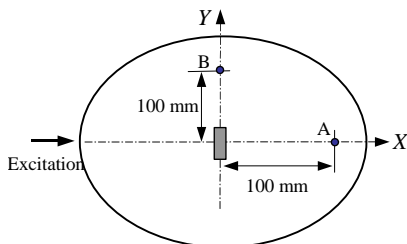
3.2 實驗之過程與結果

本實驗是利用圖三之流程及前節所述之相關設備，而輸入振動源則以正弦波掃頻訊號為主，並配合變動不同水位(h)，在固定槽殼公稱直徑(D)，採不同水位深徑比(h/D)，以固定激振力之掃頻實驗，觀測流體自然頻率之轉變與流體波壓的變化情形。



圖七 波高感測器安裝於槽一之位置

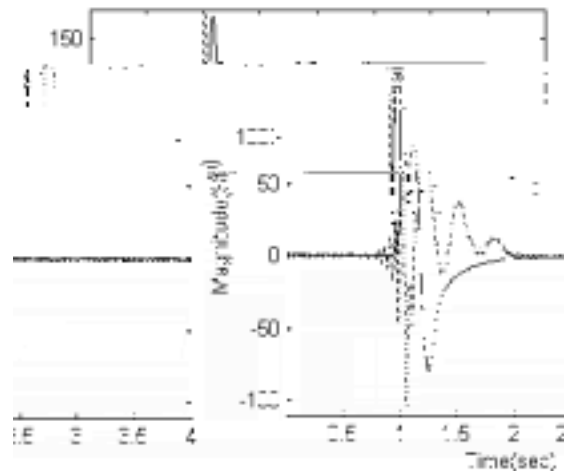
基於流體本身於儲槽內之基礎頻率屬於與地震發生時類似頻帶，皆屬於相當低頻之現象，因此本研究之外力激振信號源利用軟體搭配訊號控制卡與控制前端，連接功率放大器與激振器，產生正弦掃描(Chirp sine)訊號，掃描頻率的範圍為 0~20 Hz，所產生出之輸入暫態訊號，表現於圖九，而整體取樣頻率為 500 Hz，一次之總取樣點數 5000 點，並預捉500點，實驗取得之訊號蒐集後，加以儲存以作為分析之用。



圖八 波高感測器分別於A、B點，長短軸量測時安裝於槽二之位置

實驗進行時，關於對量測波動高度與動力水壓方

面，為了較確立水波的前進方向與外力激振同向，感測器設置的方向，不管是槽一或二，皆採取與激振方向同一中心，實際位置參考圖七、八，量測結果將於下面討論。

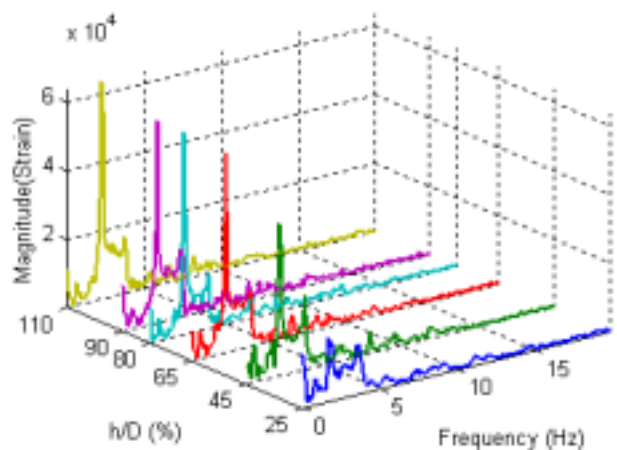


圖九 實驗暫態時域輸入訊號，槽一：---；槽二：—

1. 擬真圓儲槽內流體波動之自然頻率

由於真圓截面圓柱形儲槽之波動理論相當完備，因此，本研究進行之順序是先以槽一(擬真圓槽)進行，並與第2節之理論結果互相比較，以確定本研究實驗量測之可靠度。

利用擬真圓儲槽之圓柱模型槽一，對槽內不同深徑比之水位流體，以前述之波高感測器，在平台施加掃頻之訊號後，量測其波動訊號。以波高結果為例，顯示於圖十。觀察圖十之結果，明顯地可知，其深徑比(h/D)差異時，其水波自然頻率的變化相當明顯，特別是第一個諧波峰，在相同之輸入激振下，波峰明顯隨 h/D 之增加而增大，特別是低深徑比時，該波峰之增幅，特別明顯。一旦 h/D 到達約50%以上後，增加幅度已經很小了。



圖十 擬真圓槽不同水位 h/D 之波高頻譜

另外，圖十中第一波峰之頻率部份，由表二中也可以明顯看出，至少在實驗之深徑比範圍內，不同水深時其頻率位置變化非常有限。由於輸入訊號相同，液體深度增加，反映出漸大的波動高度，主要原因是槽內流體

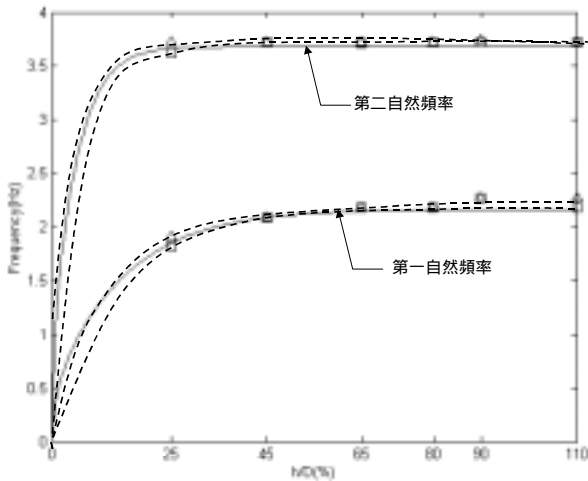
隨水位的增加後，相同的激振輸入而產生的能量變化，理論上亦符合對流波動現象的增大。

另外從圖十中亦可看出，除了水波之第一基礎頻率外，其略微高頻處，也尾隨的反應較小的第二個頻率波峰，為了瞭解該波峰，針對由實驗所得之第二個水波自然頻率，與先前之波動理論推導所得之公式者比較，並將理論式者列於表二，應該可以推斷該第二個波峰處，應是水波之第二個自然波動頻率。此外，圖十之結果也佐證了前速度勢函數理論分析中，只需要取一個模態之水波[e.g., 11]，即足以代表絕大部分之波動特性。

表二 擬真圓槽理論之水波自然頻率

$h/D(\%)$	25%	45%	65%	80%	90%	110%
第一頻率(Hz)	1.843	2.085	2.144	2.156	2.159	2.162
第二頻率(Hz)	3.661	3.679	3.679	3.679	3.679	3.679

由實驗所得與理論推算之水波第一、第二自然頻率，透過曲線擬合繪製成圖十一之趨勢比較圖。由圖中，除了 25%與 90% 由於實驗資料點不足，內插擬合結果與理論者差異較大外，在儲存槽截面為擬真圓時，不管是第一或第二自然頻率，兩者都非常相近、吻合。又，圖十一中之各實驗點均是以實驗五次之平均值表示，詳細之平均值結果如表三所示，若與表示之理論者相比，相差都非常有限。因此，本擬真圓之實驗量測與理論之比較結果，佐證了本實驗自製之波高之感測器為有效，結果可信度也相當高。



圖十一 擬真圓槽之第一、第二水波自然頻率之實驗與理論值比較 (□：實驗波高所得者、--：曲線擬合；—：理論計算者)

表三 擬真圓槽之水波自然頻率實驗

	$h/D(\%)$	25%	45%	65%	80%	90%	110%
波高實驗 (Hz)	第一頻率	1.818	2.091	2.182	2.182	2.273	2.182
	第二頻率	3.626	3.728	3.718	3.728	3.728	3.728

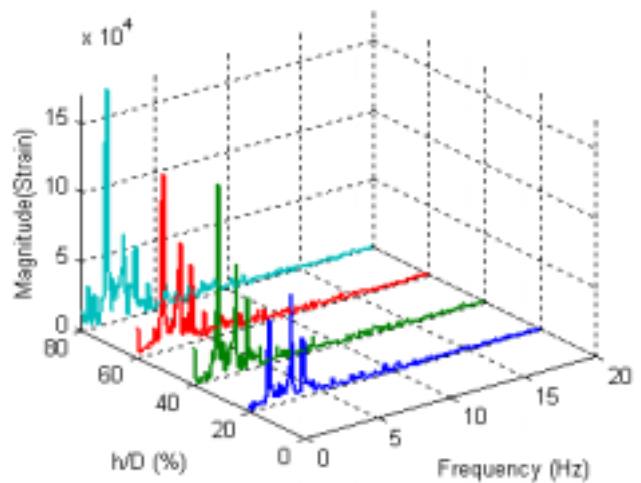
2. 非真圓儲槽內流體波動之自然頻率

為比較擬真圓儲槽，在因製造截面公差所產生之非真圓儲槽其水波自然頻率之變化，本實驗特以具製造公差之非真圓儲槽模型，對其內流體做波高及波壓之量測實驗。此外，由於非真圓截面之儲槽，目前仍然沒有適當的理論依據，所以將直接由其相同公稱直徑下之真圓理論水波頻率，當作參考之理論結果。

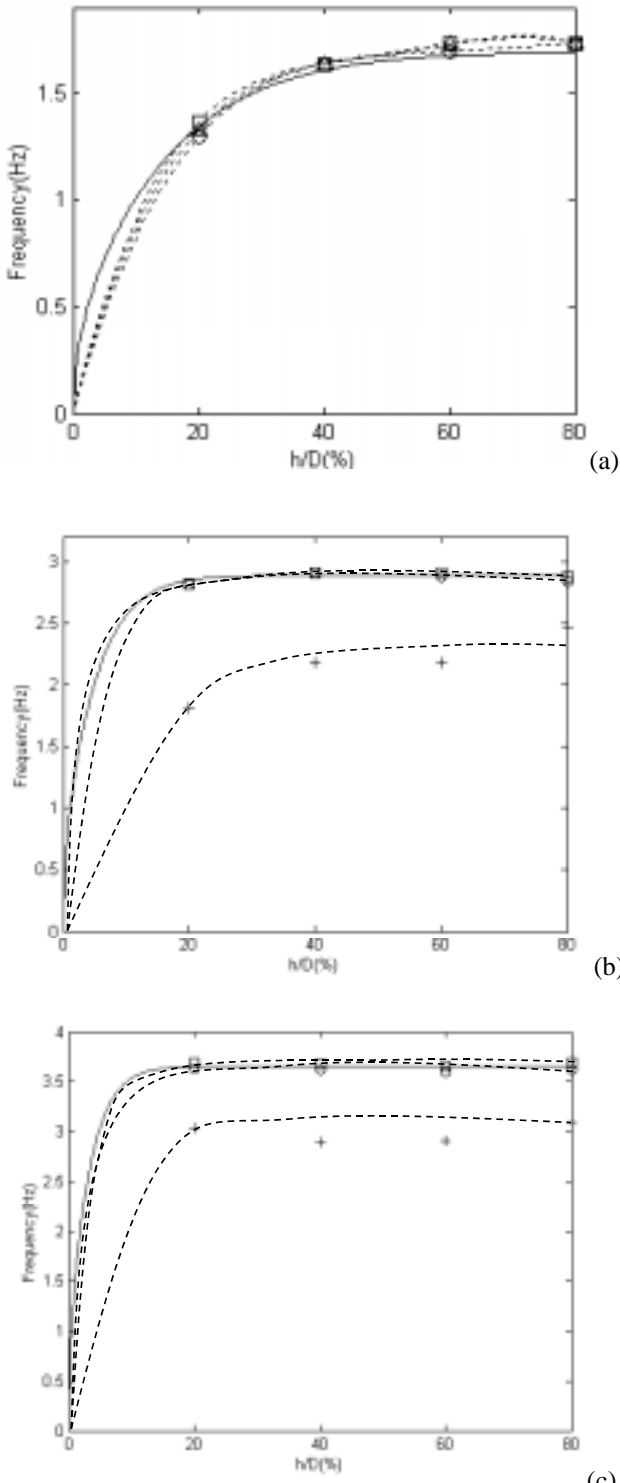
為驗證圓截面製造公差對儲存槽之內部液體之影響，特別是自然波動頻率之變化，為本研究實驗之觀察重點。故本實驗仍以掃頻方式來執行，過程中於非真圓儲槽模型桶中，分別注入不同深度之水，並由波動高度與波壓兩感測裝置，分別獨立進行量測，擷取後之時域訊號，並透過快速傅立葉轉換，來作觀察其頻譜變化，詳如圖十二所示。

由圖十二中，可知非真圓截面之儲槽，在不同水位高度下，水波振幅快速增加，如果進一步與圖十比較後，明顯的可以發現非真圓截面之水波(圖十二)，低頻區域內具有三個自然頻率，而不是圖十之兩個明顯的自然頻率，此外，在水深較淺時，低個頻率雖然仍然較明顯，但是第二、第三者也相當顯著，似乎只取第一個頻率之水波，尚不足以代表水波之動態特性。因此，由本實驗之結果知道，以波高量測之角度而言，非真圓之儲槽製造公差，有造成液體第二、第三自然模態增加其對整體水波特性影響之趨勢，故模態分析時，不能像真圓儲槽只取一個自然頻率者。

此外，在自然頻率變化方面，水深在約 40% 以下時，其第一自然頻率快速隨水深之增高而明顯增加，約在 40% 以後，自然頻率之增加已經相當有限，參考圖十三(a)，事實上，第二及第三之自然頻率變化，也約略與第一者有相似的趨勢，參考圖十三(b)及(c)。此外，由圖十三(b)及(c)中，短軸方向之波高所量測到之第二、三自然頻率，都略低於其長軸方向者，而後者與真圓之理論值非常接近。由測量波高所得之前三個自然頻率，詳細之比較列於表四中。



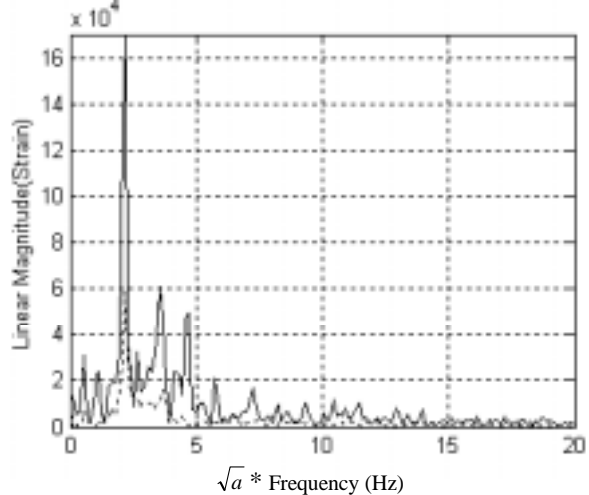
圖十二 非真圓槽於長軸方向不同水位 h/D 之波高頻譜



圖十三 非真圓儲槽之實驗結果與理論值比較：(a)第一自然頻率、(b)第二自然頻率、及(c)第三自然頻率 (□：長軸方向量測、+：短軸方向量測、—：理論、---：曲線擬合)

為了進一步明瞭真圓與非真圓截面儲槽之自然頻率差異，圖十四將水深比都是 80% 之頻譜，在相同之頻率軸上展開，由於施加之力量大小不同，故其幅度部份無法比較，但是，明顯的，真圓與非真圓之長軸方向

波高，兩者所預測之自然頻率，幾乎沒有太大的差異。



圖十四 非真圓儲槽與擬真圓儲槽於 $h/D=80\%$ 時實驗自然頻率(非真圓儲槽：—；擬真圓儲槽：--)

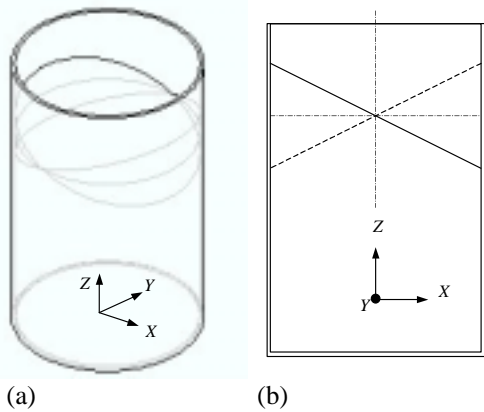
因此，綜合圖十二三及十二之結果，本研究大膽地推斷：製造公差面所造成之圓截面變形，以橢圓為例，明顯的會造成液體波動自然頻率之變化，而且以短軸方向上之第二、三者影響較大，比較嚴重。同時，短軸方向上之流體自然頻率會略低於長軸方向者，再者，不管是長軸或短軸方向，其所測得之第一個自然頻率，相差有限，且都與公稱真圓之理論值相當接近的。

表四 非真圓儲槽模型之實驗水波自然頻率

	h/D (%)	20%	40%	60%	80%
水波理論	第一頻率	1.343	1.609	1.676	1.692
	第二頻率	2.845	2.885	2.885	2.885
	第三頻率	3.647	3.651	3.651	3.651
長軸向 (波高)	第一頻率	1.364	1.637	1.728	1.728
	第二頻率	2.819	2.91	2.91	2.874
	第三頻率	3.692	3.673	3.655	3.692
短軸向 (波高)	第一頻率	1.328	1.637	1.728	1.728
	第二頻率	1.819	2.182	2.182	2.473
	第三頻率	3.037	2.892	2.91	3.092

3. 槽內流體基頻之模態

對於在第一自然頻率下，本研究之兩類儲槽模型，有類似圖十五的模態產生，其液面晃動的情形應與激振外力有同向之反應存在，至於在真實實驗下的確是如此，但基於滑動平台與激振器之間有約略的能量偏移，使其受更大外力激振下，液面會有略微旋轉的現象，應屬正常。



圖十五 圓柱形儲槽下基頻流體波動模態，(a)等角圖示
(b)Y方向前視角

5. 結論

本研究針對圓柱形儲槽內流體動態加以分析，特別考慮其製作公差所造成之非真圓公差，對波動特性之影響加以深入探討，研究過程中，不但先以理論速度勢函數，推導出真圓截面狀況之理論結果，同時，對沒有理論背景可引用之非真圓者，則透過實驗，以量測波動之波高來分析其動態特性。研究過程中，由於量測之需要，也自行創新製作了專用的波高量感測器，同時為了佐證感測器之正確性，實驗先以一擬真圓儲槽模型進行，結果發現，真圓截面之圓柱形儲槽，其內部之流體動態特性，與速度勢函數所推導者，非常接近，因此，一方面驗證了波動理論之結論，另一方面，同時也佐證了本研究所發展之波高感測器之正確性。

在真圓製作公差影響方面，由實驗研究結果顯示，非真圓之製造公差或橢圓截面會造成第二、第三波動自然頻率，對整體波動特性之影響加大，因而使得一般分析中常用之「第一模態有絕對之決定性，故分析過程中只取第一個模態代表」假設，值得懷疑或不成立。不過，另一方面，本研究之實驗也證實了該假設在真圓截面儲槽時，確實可以成立。

6 誌謝

本研究感謝行政院勞工安全衛生研究所 IOSH 92-S312 之協助及國科會 NSC 91-2212-E-27-008 之研究支助。

7. 參考文獻

[1] Hausler, E., and Sitar Showa, N., "oil co. Niigata refinery oil tanks," Performance of Soil Improvement Techniques in Earthquakes.
[2] Edwards, N.W., "A procedure for dynamic analysis of thin-walled cylindrical liquid storage tanks subjected

to lateral ground motion," Ph.D. Dissertation, Univ. of Michigan, 1969.

[3] 項忠權，圓筒形鋼板結構的地震反應，地震工程研究報告集，第四集，科學出版社，1981。
[4] Balendra, T. and Nash, W.A., "Earthquake analysis of a cylindrical liquid storage tank with a dome by finite element method," Univ. of Mass. Amherst, Mass., May 1978.
[5] Haroun, M.A., and Housner, G.W., "Earthquake response of deformable liquid storage tanks," Proc. of the J. of Applied Mechanics, June 1981.
[6] Housner, G.W., "Dynamic pressure on accelerated fluid containers. Bulletin Seism," Soc. America. 1957, 47(1):15-35.
[7] 項忠權、李清林，立式儲罐抗震，地震出版社，1990。
[8] Wang, Y.P., Teng, M.C. and Chung K.W., "Seismic isolation of rigid cylindrical tanks using friction pendulum bearings," Earthquake Engng Struct. Dyn.; 30(7): 1083-1099,2001.
[9] Fischer, F.D., and Rammerstorfer, F.G., "A refined analysis of sloshing effects in seismically excited tanks," pp.693-709, Int. J. of Pressure Vessels and Piping, v.76, 1999.
[10] Veletsos, A.S., Tang, Y., and Tang, H.T., "Dynamic response of flexibility supported liquid storage tanks," pp. 264-23, v.118, ASCE J. Struct. Eng'g., 1992.
[11] Fischer, F.D., Seeber, R., "Dynamic response of vertically excited liquid storage considering liquid-soil interaction," pp. 329-342, v.16, Earthquake Eng'g. Struct., 1988.
[12] Clough, D.P., "Experimental evaluation of seismic design methods for broad cylindrical tanks," Earthquake Engineering Research Center, 1977.
[13] Barron, R. and Chng, S.W.R., "Dynamic Analysis and Measurement of Sloshing of Fluid in Container," The Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1989 March, pp83-90.
[14] 蔡弦峰，圓柱形儲槽之截面非真圓公差對激盪波動模態之影響研究，國立台北科技大學製科所碩士論文。
[15] 葉佳沅，柔性儲存槽之動力分析，國立交通大學土木工程研究所碩士論文，2002年。
[16] 李台綾，非真圓柱形儲槽之對動態特性之影響研究，國立台北科技大學自動化所碩士論文。
[17] 劉家揚，不鏽鋼儲水塔之動力特性與電腦模擬分析，成功大學建築學系碩士論文，1999